



ΕΤΑΙΡΕΙΑ ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΑΣ & ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΟΣ

17^{ος} Πανελλήνιος Διαγωνισμός Αστρονομίας και Διαστημικής 2012

4^η φάση: «ΠΤΟΛΕΜΑΙΟΣ»

Ανάλυση Δεδομένων

Παρακαλούμε, διαβάστε προσεκτικά τα παρακάτω:

1. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τον χάρακα και το κομπιουτεράκι σας.
2. Ο διαθέσιμος χρόνος για να απαντήσετε το μοναδικό πρόβλημα της Ανάλυσης Δεδομένων είναι 3 ώρες.
3. Χρησιμοποιείτε μόνο μολύβια και στυλό χρώματος μαύρου ή μπλε.
4. Συμπληρώστε τα πλαίσια στο άνω μέρος κάθε κόλλας με τον κωδικό που σας δόθηκε, τον «αριθμό του προβλήματος» και τον συνολικό αριθμό των σελίδων που χρησιμοποιήσατε για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος.
5. Στο τέλος της εξέτασης βάλτε όλες τις σελίδες μέσα στον φάκελο που σας δόθηκε.
6. Γράψτε με λογικά βήματα τις ενδιάμεσες εξισώσεις και υπολογισμούς μέχρι την τελική λύση.

Πίνακας Σταθερών
(όλες οι μονάδες είναι στο σύστημα SI)

Σταθερά	Σύμβολο	Τιμή
Σταθερά της βαρύτητας	G	$6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
Σταθερά του Πλανκ	h	$6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
Ταχύτητα του φωτός	c	$3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Μάζα του Ήλιου	M_{\odot}	$1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$
Ακτίνα του Ήλιου	R_{\odot}	$6,96 \times 10^8 \text{ m}$
Λαμπρότητα του Ήλιου	L_{\odot}	$3,83 \times 10^{26} \text{ w}$
Φαινόμενο μέγεθος Ήλιου	m_{\odot}	-26,8
Περίοδος περιστροφής Ήλιου		~27 ημέρες
Ηλιακή σταθερά	b_{\odot}	$1,37 \times 10^3 \text{ w m}^{-2}$
Μάζα του Δία		$1,90 \times 10^{27} \text{ kg}$
Μάζα της Γης	M_{\oplus}	$5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$
Ακτίνα της Γης	R_{\oplus}	$6,38 \times 10^6 \text{ m}$
Μέση πυκνότητα της Γης	ρ_{\oplus}	$5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$
Επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της θάλασσας	g	$9,81 \text{ m s}^{-2}$
Τροπικό έτος		365,24 ημέρες
Συνοδικό έτος		365,26 ημέρες
Συνοδική ημέρα		86164 s
Κλίση του ισημερινού ως προς την εκλειπτική	E	$23^{\circ},5$
Parsec	pc	$3,09 \times 10^{16} \text{ m}$
Έτος φωτός	ly	$9,46 \times 10^{15} \text{ m}$
Αστρονομική Μονάδα	AU	$1,50 \times 10^{11} \text{ m}$
Απόσταση Γης - Σελήνης		$3,84 \times 10^8 \text{ m}$
Απόσταση Ήλιου από το κέντρο του Γαλαξία	R	$8 \times 10^3 \text{ pc}$
Σταθερά του Hubble	H	$75 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$
Μάζα του ηλεκτρονίου	m_e	$9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Μάζα του πρωτονίου	m_p	$1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$

Πρόβλημα:

«Μετρώντας την απόσταση του Supernova 1987A»

Υπερκαινοφανής 1987A.

Ο προσδιορισμός των αποστάσεων στο Σύμπαν είναι ένα από τα θεμελιώδη προβλήματα στην Αστρονομία. Στις 23 Φλεβάρη 1987 ένας υπερκαινοφανής ορατός με γυμνό μάτι εμφανίστηκε στο Μεγάλο Νέφος του Μαγγελάνου. Μια ακριβής μέτρηση της απόστασης του SN 1987A μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον προσδιορισμό της απόστασης του ίδιου του Μεγάλου Νέφους του Μαγγελάνου.

Οι πρώτες εικόνες του SN 1987A πάρθηκαν από το NASA/ESA Hubble Space Telescope. Δείχνουν τρία κυκλικά νεφελώματα που περιβάλλουν τον υπερκαινοφανή, ένα εσωτερικό και δύο εξωτερικά. Θα χρησιμοποιήσουμε μόνο το εσωτερικό. Όλα αυτά φαίνονται στις **εικόνες 1** και **2**. Το δαχτυλίδι βρίσκεται πολύ μακριά από τον υπερκαινοφανή για να είναι υλικό που εκτοξεύθηκε κατά τη στιγμή της έκρηξης. Μάλλον σχετίζεται με ένα νεφέλωμα, το οποίο είχε δημιουργηθεί νωρίτερα, πιθανότατα ως υλικό που απομακρύνθηκε από τον αστέρα μέσω του αστρικού του ανέμου κατά τις τελευταίες χιλιετίες της ζωής του. Όταν μια έκλαμψη υπεριώδους ακτινοβολίας έφτασε στο νεφέλωμα από τον SN 1987A, άρχισε να ακτινοβολεί. Θα υποθέσουμε ότι το δαχτυλίδι είναι εντελώς κυκλικό, αλλά το βλέπουμε υπό κλίση, και για αυτό έχει το σχήμα έλλειψης. Αν δεν το βλέπαμε υπό κλίση, όλα τα μέρη του δαχτυλιδιού θα «άναβαν» την ίδια στιγμή, όταν η υπεριώδης ακτινοβολία θα έφτανε από τον υπερκαινοφανή.

Ωστόσο, επειδή το βλέπουμε υπό κλίση, το κοντινότερό του προς εμάς μέρος ακτινοβόλησε πρώτο (λόγω της πεπερασμένης ταχύτητας του φωτός) και έπειτα το φως φάνηκε να «κινείται» πάνω στο δαχτυλίδι, φτάνοντας στο πιο απομακρυσμένο σημείο στο τέλος. Δηλαδή, αν και όλα τα μέρη του δαχτυλιδιού άρχισαν να ακτινοβολούν ταυτόχρονα, εμείς είδαμε πρώτα να ακτινοβολούν τα κοντινότερα μέρη. Αυτό φαίνεται στην **εικόνα 3**.

Εφόσον το αέριο συνέχισε να ακτινοβολεί και άρχισε να αργοσβήνει αφού πέρασε η έκλαμψη, η λαμπρότητα του δαχτυλιδιού έφτασε το μέγιστο όταν όλη η περιφέρεια ακτινοβολούσε.

Εργασία 1:

Προσδιορίστε την κλίμακα της εικόνας 1 (μέσος όρος) βρίσκοντας τη σχέση μεταξύ των τιμών που δίνονται και απευθείας μετρήσεων πάνω στην εικόνα 1. Οι σχετικές θέσεις των αστερών 1, 2 και 3 στην **εικόνα 1**, δίνονται στον κατωτέρω πίνακα.

	απόσταση (mm)	απόσταση (arcseconds)	κλίμακα (arcseconds/mm)
αστέρας 2 σε σχέση με τον 1		3,0	
αστέρας 3 σε σχέση με τον 1		1,4	
αστέρας 3 σε σχέση με τον 2		4,3	

Εργασία 2:

- Μετρήστε τον μεγάλο ημιάξονα a και τον μικρό ημιάξονα b του δακτυλιδιού σε mm και βρείτε τις αντίστοιχες τιμές τους σε arcsecond.
- Δώστε την τιμή της διαμέτρου του δακτυλιδιού σε ακτίνια (αυτή είναι η γωνία φ υπό την οποία φαίνεται η διάμετρος του δακτυλιδιού από τη Γη).
- Έστω η γωνία κλίσης i . Αν ήταν $i = 0^\circ$ ή $i = 180^\circ$, θα βλέπαμε έναν κύκλο, ενώ αν ήταν $i = 90^\circ$, θα βλέπαμε ένα ευθύγραμμο τμήμα. Για οποιαδήποτε άλλη γωνία μεταξύ 0° και 180° , βλέπουμε μια έλλειψη. Προσδιορίστε την κλίση i με τις τιμές που βρήκατε για τους ημιάξονες.

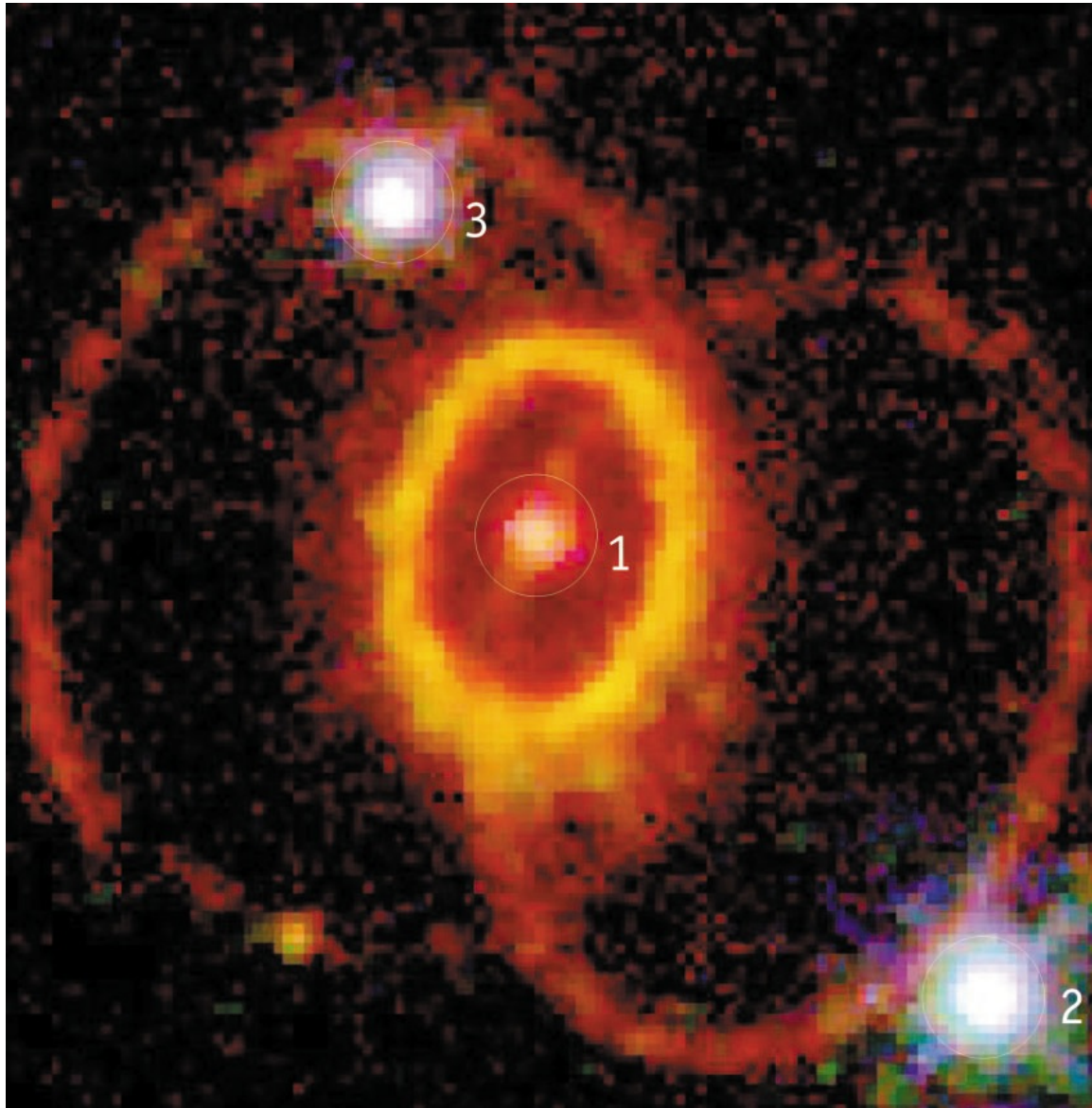
Εργασία 3:

Το κλειδί στη λύση του προβλήματος είναι η ταχύτητα του φωτός. Όταν ο υπερκαινοφανής εκρήγνυται, εκπέμπει μια πολύ ισχυρή λάμψη φωτός. Αυτή η λάμψη διαδίδεται με την ταχύτητα του φωτός c . Αργότερα, t δευτερόλεπτα μετά την έκρηξη, η λάμψη θα φωτίσει το δακτυλίδι. Καθώς θεωρήσαμε ότι το δακτυλίδι είναι κυκλικό και ότι ο υπερκαινοφανής βρίσκεται στο κέντρο του, όλα τα μέρη του δακτυλιδιού θα φωτιστούν ταυτόχρονα, όπως θα το έβλεπε ένας παρατηρητής βρισκόμενος πάνω στον υπερκαινοφανή. Αυτό όμως δεν ισχύει για έναν παρατηρητή στη Γη. Η απόσταση μεταξύ του πιο κοντινού και πιο απομακρυσμένου σε εμάς τμήματος του νέφους μπορεί να υπολογιστεί από τη διαφορά χρόνου μεταξύ των δύο αυτών γεγονότων, όπως παρατηρούνται από τη Γη με την καμπύλη φωτός του σώματος. Η καμπύλη φωτός δίνεται στο **σχήμα 4**. Μετρήστε αυτό τον χρόνο t από την καμπύλη φωτός.

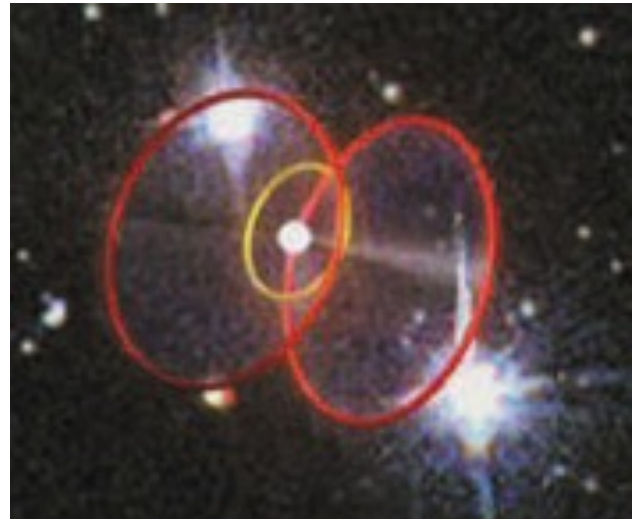
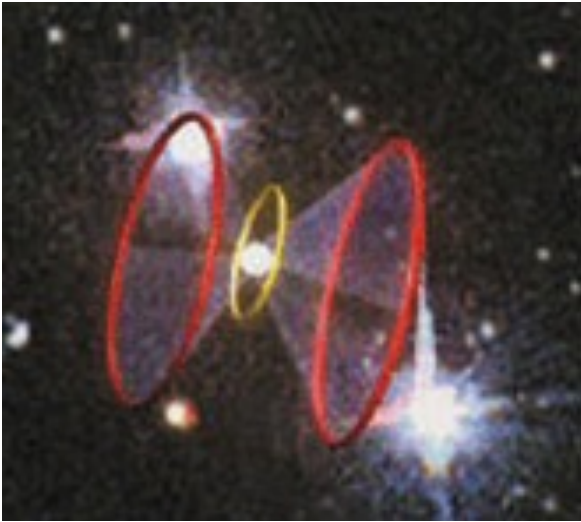
Εργασία 4:

Θα θεωρήσουμε ότι οι γραμμές που συνδέουν τη Γη με τα άκρα του μικρού ημιάξονα του δακτυλιδιού είναι παράλληλες, καθώς η γωνιακή διάμετρος του δακτυλιδιού είναι πολύ μικρή σε σύγκριση με την απόστασή του από εμάς.

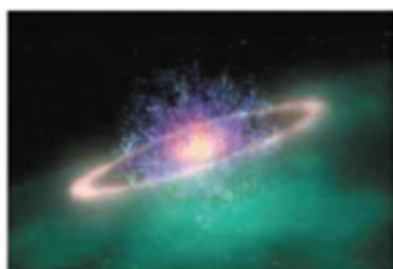
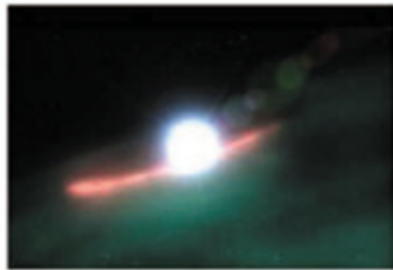
- Βρείτε την πραγματική διάμετρο D του δακτυλιδιού σε km.
- Βρείτε την απόσταση d του supernova από εμάς σε pc.



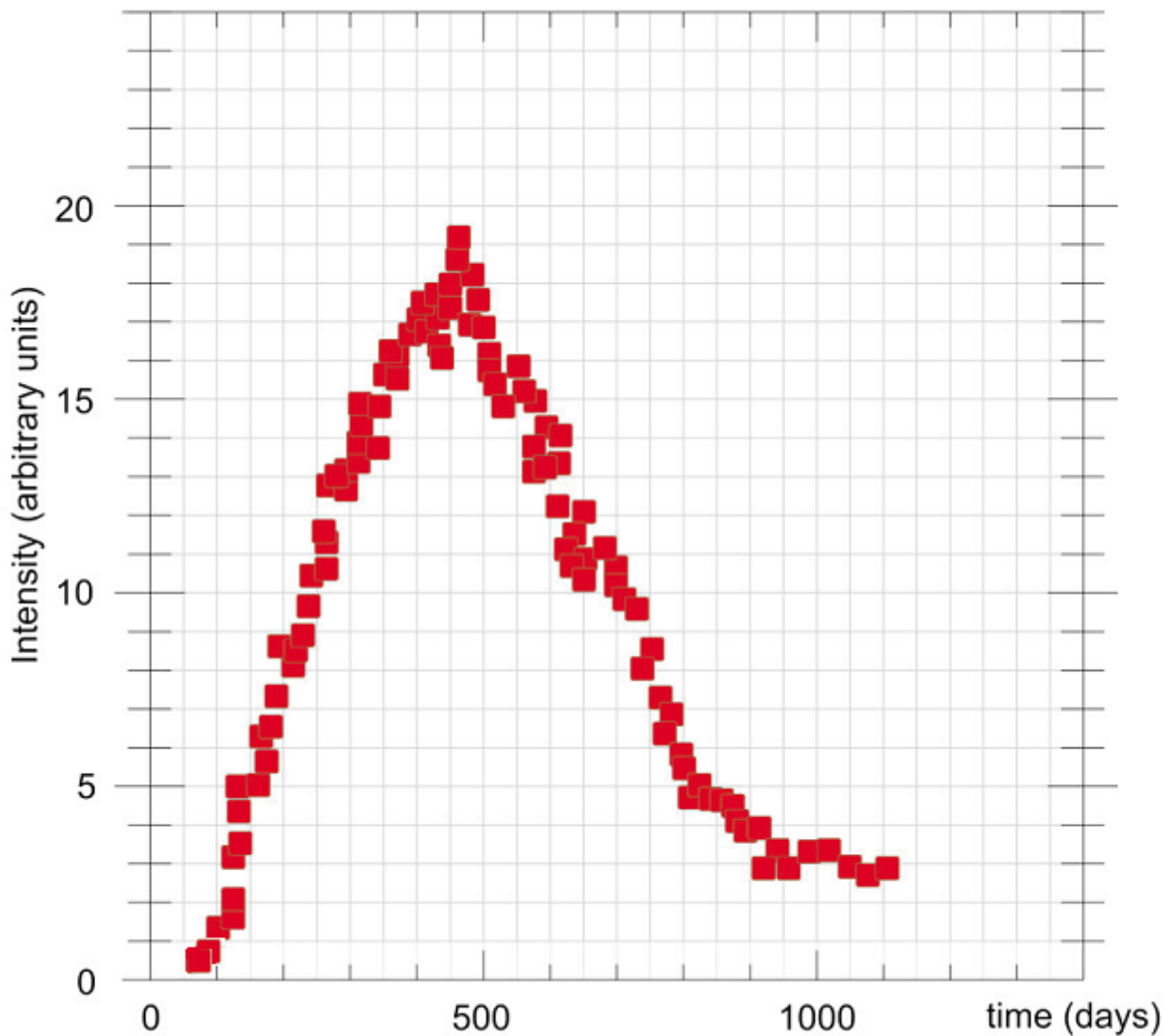
Εικόνα 1: Αστέρες γύρω από τον SN1987A. Το φίλτρο που χρησιμοποιείται εδώ δεν απορροφά το κόκκινο χρώμα που ακτινοβολείται από το εκπέμπον (glowing) αέριο υδρογόνου, η γραμμή ακτινοβολίας Balmer- α .



Εικόνα 2: Τα δαχτυλίδια. Αν μπορούσαμε να δούμε τον SN 1987A από διαφορετική γωνία, θα βλέπαμε τρία κυκλικά δαχτυλίδια με τον SN 1987A στο κέντρο του μικρότερου δαχτυλιδιού και τα δύο μεγαλύτερα σε παράλληλα επίπεδα (εικόνα 2α, αριστερά). Ωστόσο, από την οπτική γωνία του Hubble τα τρία δαχτυλίδια φαίνονται στο ίδιο επίπεδο (εικόνα 2β, δεξιά).



Εικόνα 3: Το δαχτυλίδι ανάβει. Όπως δείχνει η φωτογραφία, το φως από τον SN 1987A φτάνει στο δακτυλιοειδές νεφέλωμα που βρίσκεται γύρω του και αυτό αρχίζει να ακτινοβολεί. Αν και το φως φτάνει σε όλα τα σημεία του νέφους ταυτόχρονα, εμείς βλέπουμε φως να περικυκλώνει σταδιακά τον υπερκαινοφανή και από τις δύο κατευθύνσεις. Μετρώντας την χρονική καθυστέρηση που παρατηρείται από τότε που πρωτοακτινοβολεί το κοντινότερο σε εμάς τμήμα του δαχτυλιδιού μέχρι τη χρονική στιγμή που βλέπουμε να ακτινοβολεί το πιο απομακρυσμένο τμήμα του (να κλείνει δηλαδή ο κύκλος) μπορούμε να υπολογίσουμε την απόσταση του υπερκαινοφανούς.



Σχήμα 4: Καμπύλη φωτός του δακτυλιδιού. Η ένταση του φωτός αυξάνεται όσο φτάνει φως σε εμάς από όλο και πιο απομακρυσμένα σημεία του δακτυλιδιού. Το μέγιστο φτάνει όταν φωτίζεται ολόκληρο. Ως μηδέν θεωρούμε τη χρονική στιγμή που έγινε η έκρηξη του supernova. Τις 100 πρώτες ημέρες δεν έχουμε μετρήσεις για να ξέρουμε πότε πρωτοεμφανίστηκε στον ουρανό μας φωτεινό τμήμα του δίσκου.

Απαντήσεις

Εργασία 1:

	απόσταση (mm)	απόσταση (arcseconds)	κλίμακα (arcseconds/mm)
αστέρας 2 σε σχέση με τον 1	88	3.0	0,034
αστέρας 3 σε σχέση με τον 1	50	1.4	0,028
αστέρας 3 σε σχέση με τον 2	135	4.3	0,032

Συνεπώς, η κλίμακα είναι ο μέσος όρος των παραπάνω, δηλαδή **0,031 arcseconds/mm**. Οι μετρήσεις έγιναν από τα κέντρα των αστέρων.

Βαθμολογικό Σχήμα: 0,5 μονάδα ανά σωστή μέτρηση, 0,5 μονάδα ανά σωστό υπολογισμό κλίμακας και 2 μονάδα για τον μέσο όρο. Σύνολο μέγιστης βαθμολόγησης: 5 μονάδες.

Εργασία 2:

Χρησιμοποιώντας την εικόνα 1 πάλι, βρίσκουμε ότι:

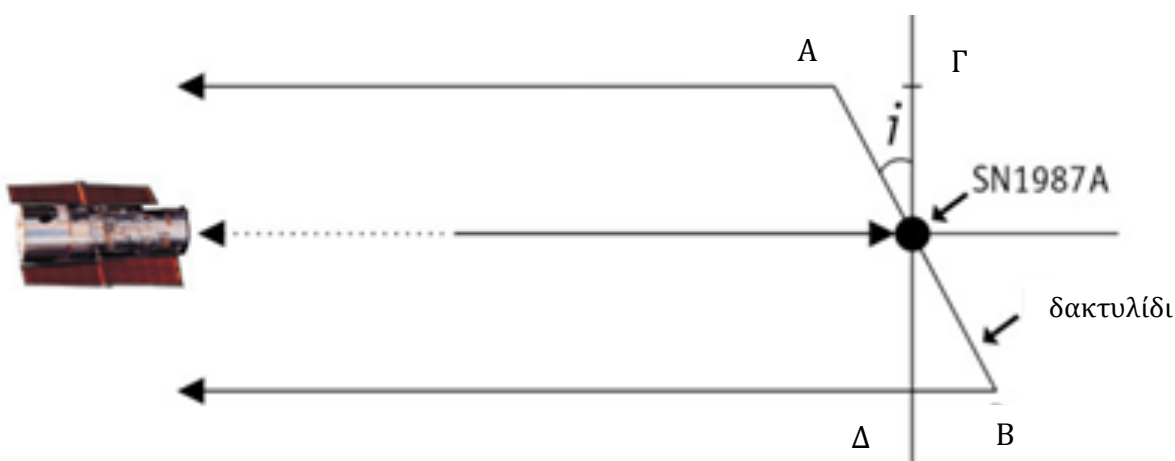
$$a = 51/2 \text{ mm} = 25,5 \text{ mm} \Rightarrow a = (25,5 \times 0,031) \text{ arcs} \Rightarrow a = 0,709 \text{ arcs}$$

$$b = 38/2 \text{ mm} = 19 \text{ mm} \Rightarrow b = (19 \times 0,031) \text{ arcs} \Rightarrow b = 0,589 \text{ arcs}$$

Οι μετρήσεις έγιναν παίρνοντας το νοητό δακτύλιο μεταξύ του εσωτερικού και εξωτερικού μέρους του κεντρικού δακτυλίου.

Ουσιαστικά, ο μεγάλος άξονας είναι η διάμετρος του δακτυλιδιού, συνεπώς:

$$\varphi = 2 \cdot a = 1,581 \text{ arcs} = 1,581 / 206265 \text{ rad} \Rightarrow \varphi = 7,665 \times 10^{-6} \text{ rad}$$



Το AB είναι η πραγματική διάμετρος, το ΓΔ η προβολή της διαμέτρου του δακτυλιδιού στο επίπεδο του ουρανού. Το ΓΔ είναι ίσο με 2b και το AB ίσο με 2a. Συνεπώς, $\cos i = b / a = 0,7451 \Rightarrow i = 41,8324$

Βαθμολογικό Σχήμα:

Αν βρει τον μεγάλο ημίαξονα: 1 μονάδα.

Αν βρει τον μικρό ημίαξονα: 1 μονάδα

Αν βρει την τιμή της διαμέτρου σε ακτίνια: 1 μονάδα

Αν βρει την γωνία κλίσης i : 2 μονάδες

Σύνολο μέγιστης βαθμολογίας: 5 μονάδες

Εργασία 3:

Από την καμπύλη του φωτός βλέπουμε ότι η διαφορά χρόνου από τη στιγμή που «άναψε» το δακτυλίδι μέχρι τη στιγμή που έφτασε το μέγιστο της λαμπρότητάς του είναι:

$$t = 460 - 60 \text{ ημέρες} \Rightarrow t = 400 \text{ ημέρες}$$

Βαθμολογικό Σχήμα:

Αν βρει ακριβώς το αποτέλεσμα (με μια ανοχή 10 ημερών): 5 μονάδες

Αν βρει αποτέλεσμα 350-390 ή 410-450: 4 μονάδες

Αν βρει αποτέλεσμα 250-345 ή 455-550: 3 μονάδες.

Άλλως: καμία μονάδα

Εργασία 4:

Αφού t είναι ο χρόνος που θα κάνει να φτάσει το φως από το κοντινότερο άκρο σε σχέση με εμάς, προς το μακρύτερο σε σχέση με εμάς (βλέπε σχήμα 3), ισχύει ότι:

$$(A\Gamma + \Delta B) = c \cdot t \Rightarrow 2 \cdot b \cdot \tan i = c \cdot t \Rightarrow b = c \cdot t / (2 \cdot \tan i)$$

Γνωρίζουμε επίσης ότι:

$$D = 2 \cdot a$$

Συνεπώς,

$$D = 2 \cdot a = 2 \cdot b / \cos i = (2 \cdot c \cdot t / (2 \cdot \tan i)) / \cos i \Rightarrow$$

$$D = c \cdot t / \sin i = (3 \times 10^5 \text{ km/s}) \cdot (400 \cdot 24 \cdot 3,600 \text{ s}) / 0.6669 \Rightarrow D = 1.5547 \times 10^{13} \text{ km}$$

Επειδή $D \ll d$, ισχύει ότι η απόσταση του supernova από εμάς είναι:

$$d = D / \varphi = (1.5547 \times 10^{13} \text{ km}) / (7.665 \times 10^{-6} \text{ rad}) = 2028 \cdot 10^{15} \text{ km} \Rightarrow$$

$$d = (2028 \times 10^{15} \text{ km}) / (3.1 \times 10^{13} \text{ km/pc}) \Rightarrow d = 65.4 \text{ kpc}$$

Βαθμολογικό Σχήμα:

Εύρεση τύπου για το b : 2 μονάδες

Εύρεση τύπου για την D : 2 μονάδες

Αν υπολογίσει σωστά το D : 2 μονάδες

Εύρεση τύπου για το d : 2 μονάδες

Αν υπολογίσει σωστά το d : 2 μονάδες

Σύνολο μέγιστης βαθμολογίας: 10 μονάδες