



ΕΤΑΙΡΕΙΑ ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΑΣ & ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΟΣ

18^{ος} Πανελλήνιος Διαγωνισμός Αστρονομίας και Διαστημικής 2013

4^η φάση: «ΠΤΟΛΕΜΑΙΟΣ»

Ανάλυση Δεδομένων

Παρακαλούμε, διαβάστε προσεκτικά τα παρακάτω:

1. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τον χάρακα και το κομπιουτεράκι σας.
2. Ο διαθέσιμος χρόνος για να απαντήσετε το μοναδικό πρόβλημα της Ανάλυσης Δεδομένων είναι 4 ώρες.
3. Χρησιμοποιείτε μόνο μολύβια και στυλό χρώματος μαύρου ή μπλε.
4. Συμπληρώστε τα πλαίσια στο άνω μέρος κάθε κόλλας με τον κωδικό που σας δόθηκε, τον «αριθμό του προβλήματος» και τον συνολικό αριθμό των σελίδων που χρησιμοποιήσατε για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος.
5. Στο τέλος της εξέτασης βάλτε όλες τις σελίδες μέσα στον φάκελο που σας δόθηκε.
6. Γράψτε με λογικά βήματα τις ενδιάμεσες εξισώσεις και υπολογισμούς μέχρι την τελική λύση.

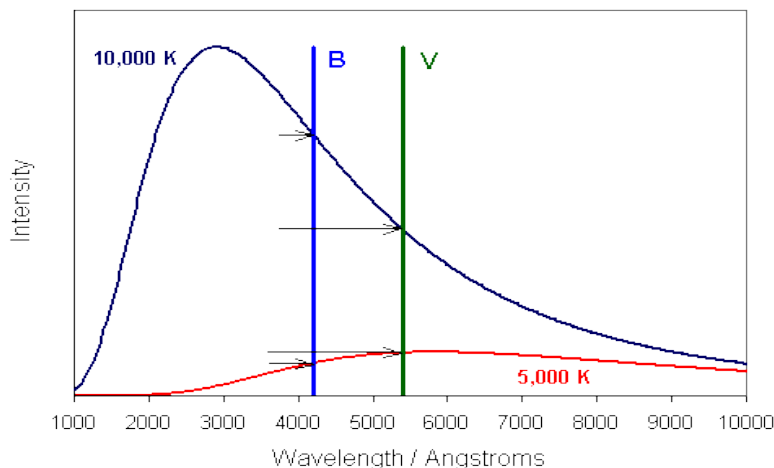
Πίνακας Σταθερών
(όλες οι μονάδες είναι στο σύστημα SI)

Σταθερά	Σύμβολο	Τιμή
Σταθερά της βαρύτητας	G	$6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
Σταθερά του Πλανκ	h	$6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
Ταχύτητα του φωτός	c	$3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Μάζα του Ήλιου	M_{\odot}	$1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$
Ακτίνα του Ήλιου	R_{\odot}	$6,96 \times 10^8 \text{ m}$
Λαμπρότητα του Ήλιου	L_{\odot}	$3,83 \times 10^{26} \text{ w}$
Φαινόμενο μέγεθος Ήλιου	m_{\odot}	-26,8
Περίοδος περιστροφής Ήλιου		~27 ημέρες
Ηλιακή σταθερά	b_{\odot}	$1,37 \times 10^3 \text{ w m}^{-2}$
Μάζα του Δία		$1,90 \times 10^{27} \text{ kg}$
Μάζα της Γης	M_{\oplus}	$5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$
Ακτίνα της Γης	R_{\oplus}	$6,38 \times 10^6 \text{ m}$
Μέση πυκνότητα της Γης	ρ_{\oplus}	$5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$
Επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της θάλασσας	g	$9,81 \text{ m s}^{-2}$
Τροπικό έτος		365,24 ημέρες
Συνοδικό έτος		365,26 ημέρες
Συνοδική ημέρα		86164 s
Κλίση του ισημερινού ως προς την εκλειπτική	E	$23^{\circ},5$
Parsec	pc	$3,09 \times 10^{16} \text{ m}$
Έτος φωτός	ly	$9,46 \times 10^{15} \text{ m}$
Αστρονομική Μονάδα	AU	$1,50 \times 10^{11} \text{ m}$
Απόσταση Γης - Σελήνης		$3,84 \times 10^8 \text{ m}$
Απόσταση Ήλιου από το κέντρο του Γαλαξία	R	$8 \times 10^3 \text{ pc}$
Σταθερά του Hubble	H	$75 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$
Μάζα του ηλεκτρονίου	m_e	$9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Μάζα του πρωτονίου	m_p	$1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$

Πρόβλημα:

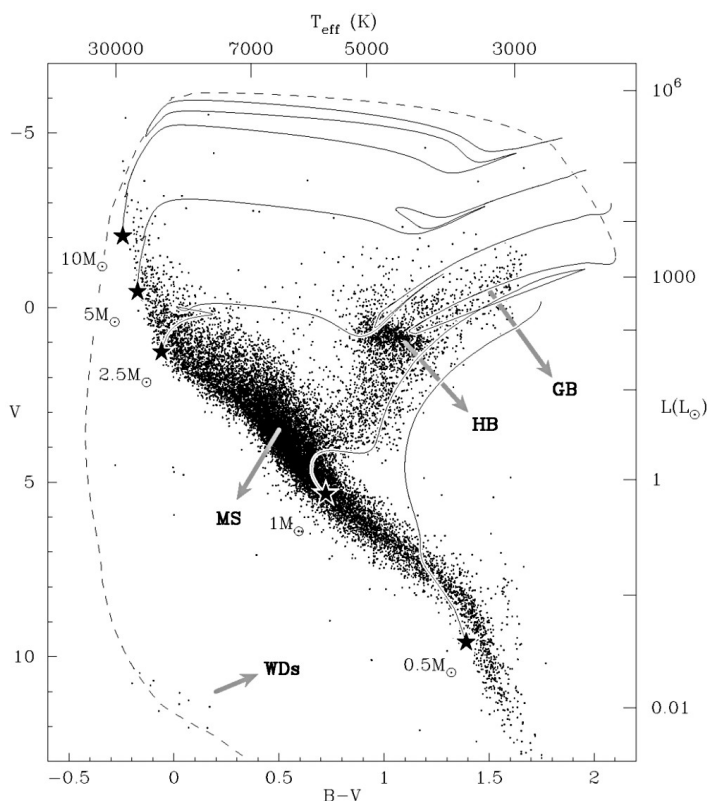
«Διαγράμματα Χρώματος – Μεγέθους αστρικών σμηνών»

Στην άσκηση αυτή θα χρησιμοποιήσετε φωτομετρικά δεδομένα από δύο αστρικά σμήνη για να υπολογίσετε κάποιες από τις ιδιότητες των σμηνών αυτών. Τα δεδομένα αποτελούνται από φωτογραφίες σε δύο φίλτρα, το οπτικό (V) και το μπλε (B). Η διαφορά φωτεινότητας ενός άστρου στο μπλε και το οπτικό (B-V) είναι ένα καλό μέτρο της θερμοκρασίας της φωτόσφαιρας του άστρου (Εικόνα 1). Η διαφορά αυτή ονομάζεται Δείκτης Χρώματος.



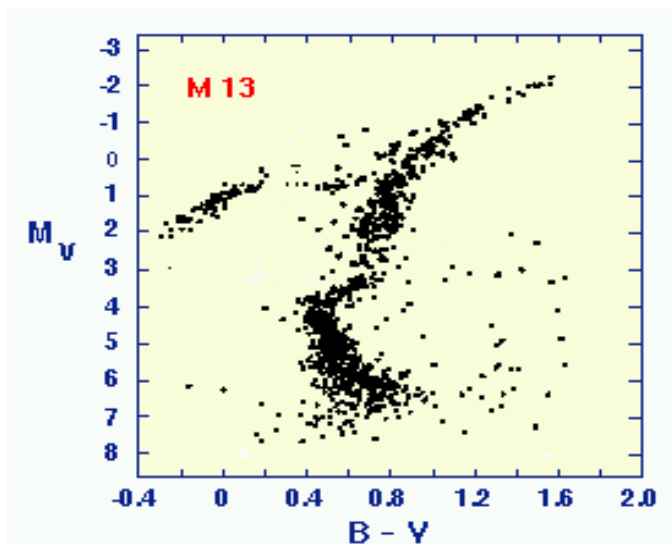
Εικόνα 1: Τα φάσματα δύο αστεριών με διαφορετικές θερμοκρασίες. Η κατακόρυφες γραμμές δείχνουν το μήκος κύματος των φίλτρων B και V. (<http://www.jb.man.ac.uk/distance/life/sample/stars/>)

Έτσι, ένα διάγραμμα Hertzsprung-Russel μπορεί να εκφραστεί σε σχέση με τη Λαμπρότητα και τη θερμοκρασία ή – ισοδύναμα – σε σχέση με το Απόλυτο Μέγεθος και τον Δείκτη Χρώματος (Εικόνα 2).



Εικόνα 2: Διάγραμμα Hertzsprung-Russel μιας συλλογής αστεριών. Ο οριζόντιος άξονας μετράει θερμοκρασία ή, ισοδύναμα, δείκτη χρώματος. Ο κάθετος άξονας μετράει λαμπρότητα ή απόλυτο οπτικό μέγεθος. Στην εικόνα φαίνονται αστέρια της Κύριας Ακολουθίας, γίγαντες (HB), (GB) και λευκοί νάνοι (WD) (by Marc van der Sluys).

Ένα τέτοιο διάγραμμα, που χρησιμοποιεί φαινόμενα αντί για απόλυτα μεγέθη, είναι το παρατηρησιακό ανάλογο του διαγράμματος Hertzsprung-Russel και ονομάζεται Διάγραμμα Χρώματος - Μεγέθους (Color Magnitude Diagram, CMD). Τέτοια διαγράμματα χρησιμοποιούνται στην μελέτη αστρικών σμήνων (Εικόνα 3).



Εικόνα 3: Παράδειγμα CMD. Εδώ για το σμήνος M13.

[<http://www.physics.uc.edu/~hanson/ASTRO/LECTURENOTES/W03/Lec12/Page11.html>]

Η άσκηση αυτή της Ανάλυσης Δεδομένων αφορά αποκλειστικά αστρικά σμήνη. Ξεκινάει με κάποιες απλές ερωτήσεις προσανατολισμού, προχωράει με την αναπαράσταση των δεδομένων σε ένα διάγραμμα CMD και ολοκληρώνεται με ερωτήσεις ερμηνείας των δεδομένων και υπολογισμών. Τα φωτομετρικά δεδομένα έχουν υποστεί την αρχική επεξεργασία και δίνονται σαν σχετικά μεγέθη (δηλ. δεν έχουν κάποια φυσική σημασία, παρά είναι δοσμένα σε σχέση με ένα -αυθαίρετο- αστέρι αναφοράς). Ό,τι σας ζητείται εδώ, είναι δουλειά που κάνουν μαθητές και ερευνητές αστρονομίας που θα δούλευαν σε παρόμοιο πρόβλημα. [Οι φωτομετρικές παρατηρήσεις παραχωρήθηκαν ευγενικά από τον Δρ Ulrich Kolb.]

Εργασία 1^η:

Κοιτάξτε ξανά την Εικόνα 2.

(α) Γιατί η κλίμακα του κάθετου άξονα είναι αντεστραμμένη, όταν αυτός εκφράζεται σε Απόλυτο Μέγεθος, σε σχέση με όταν χρησιμοποιούμε την Λαμπρότητα (δηλ. γιατί οι τιμές χαμηλώνουν προς τα πάνω;)

Απάντηση:

Το μέγεθος ορίζεται ως: $m = -2,5 \log L + C$

Το “-” σ’ αυτόν τον ορισμό δίνει την αντίστροφη σχέση ανάμεσα στην Λαμπρότητα και το Μέγεθος (λαμπρότερα αστέρια έχουν μικρότερο μέγεθος). [2 μονάδες]

(β) Για ποιόν λόγο είναι δυνατή η αντικατάσταση της Λαμπρότητας (ή απόλυτου μεγέθους) στον κάθετο άξονα με το φαινόμενο μέγεθος, όταν πρόκειται για την αναπαράσταση ενός σμήνους;

Απάντηση:

Τα αστέρια ενός σμήνους βρίσκονται όλα ουσιαστικά στην ίδια απόσταση από εμάς. Συνεπώς, η φωτεινότητα (ή φαινόμενο μέγεθος) του καθενός έχει την ίδια σχέση με την λαμπρότητα του.

Ή μπορεί να γίνει αναφορά στη σχέση: $M = m + 5 - 5 \log d$, όπου το d είναι σε parsec (pc).

Με το σχόλιο: Μιας και η απόσταση είναι η ίδια, η διαφορά μεταξύ M και m είναι η ίδια για όλα τα αστέρια. [2 μονάδες]

(γ) Για ποιόν λόγο είναι δυνατή η αντικατάσταση της θερμοκρασίας στον οριζόντιο άξονα με τον δείκτη χρώματος, όταν πρόκειται για την αναπαράσταση ενός σμήνους;

Απάντηση:

Τα φαινόμενα μεγέθη B και V μετρούν την ένταση του φάσματος μελανού σώματος σε διαφορετικές συχνότητες. Η διαφορά δύο μεγεθών είναι ανάλογη του λόγου των εντάσεων στις δύο αυτές συχνότητες. Μιας και τα αστέρια του σμήνους είναι στην ίδια απόσταση, ο λόγος αυτός είναι ίσος με τον λόγο των λαμπροτήτων στις δύο συχνότητες. Το συνεχές φάσμα ενός αστεριού προσδιορίζεται από την φωτισφαιρική του θερμοκρασία. Άρα, διαφορετικές θερμοκρασίες, οδηγούν σε διαφορετικό λόγο λαμπροτήτων στα δύο χρώματα και κατά συνέπεια διαφορετικών δεικτών χρώματος. [4 μονάδες]

Συνολικά για την ερώτηση 1: [8 μονάδες]

Εργασία 2^η:

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται τα σχετικά μεγέθη 31 αστεριών για το σμήνος «Δίας». Αυτά δεν αποτελούν παρά ένα μικρό αριθμό των αστερών του σμήνους. Τα μεγέθη υπολογίστηκαν σε σχέση μ' ένα αστέρι αναφοράς R . Κατά συνέπεια, τα σχετικά μεγέθη του R είναι 0. Σαν αστέρι αναφοράς έχει επιλεγθεί ένα μη μεταβλητό αστέρι, τα φαινόμενα μεγέθη του οποίου έχουμε πάρει από αστρονομικό κατάλογο: $m_V = 9,38$ και $m_B = 9,43$.

(α) Μετατρέψτε τα σχετικά μεγέθη των αστερών σε φαινόμενα (m_B, m_V). Συμπληρώστε τις στήλες m_B και m_V του πίνακα I.

(β) Υπολογίστε το $B-V$ για κάθε αστέρι. Συμπληρώστε την τελευταία στήλη του πίνακα I.

(γ) Κατασκευάστε το CMD του σμήνους «Δίας». Δηλαδή τοποθετήστε όλα τα αστέρια σε ένα διάγραμμα m_V προς $B-V$ (στον οριζόντιο άξονα βάλτε το $B-V$ και στον κατακόρυφο το m_V όπως στην Εικόνα 3).

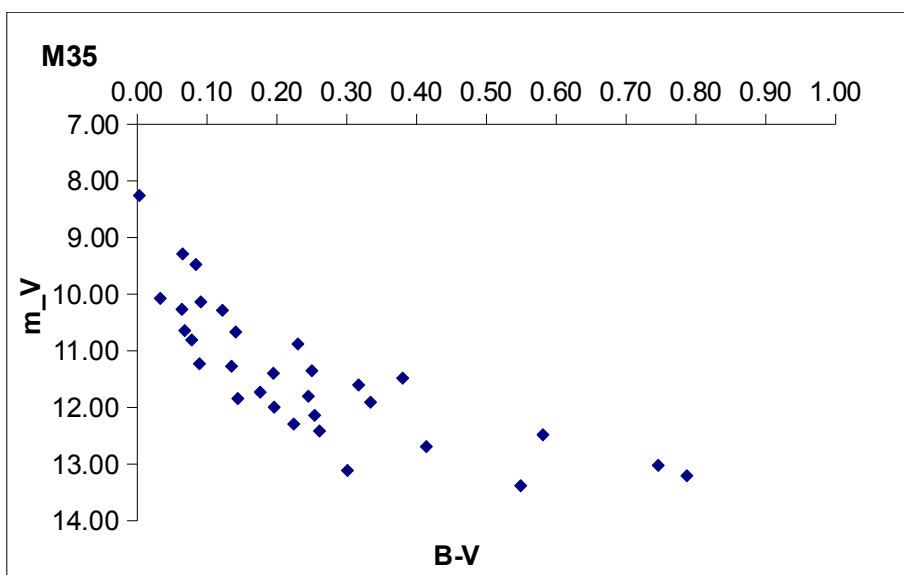
Απάντηση:

$$\alpha) m_B = B_{rel} + B_R \text{ και } m_V = V_{rel} + V_R$$

Σωστή εφαρμογή των παραπάνω τύπων [2 μονάδες], και [2 μονάδες] για κάθε στήλη αποτελεσμάτων.

Συνολικά: [8 μονάδες]

γ)



[Συνολικά: 8 μονάδες] για το διάγραμμα: [1+1] για κάθε άξονα με κατάλληλο εύρος τιμών, [1] για τον κατακόρυφο άξονα με αντεστραμμένη φορά. Οι υπόλοιπες 5 μονάδες, αναλόγως των σημείων που τοποθετήθηκαν:

[5] για όλα τα σημεία - μια καλοσχηματισμένη Κ.Α.

[4] για >25 σημεία (όλα τα σημεία, αλλά δεν σχηματίζουν καλά την Κ.Α.)

[3] για 16-25 σημεία

[2] για 10-15 σημεία

[1] για < 10 σημεία

N.B. Δίας είναι το σμήνος M35.

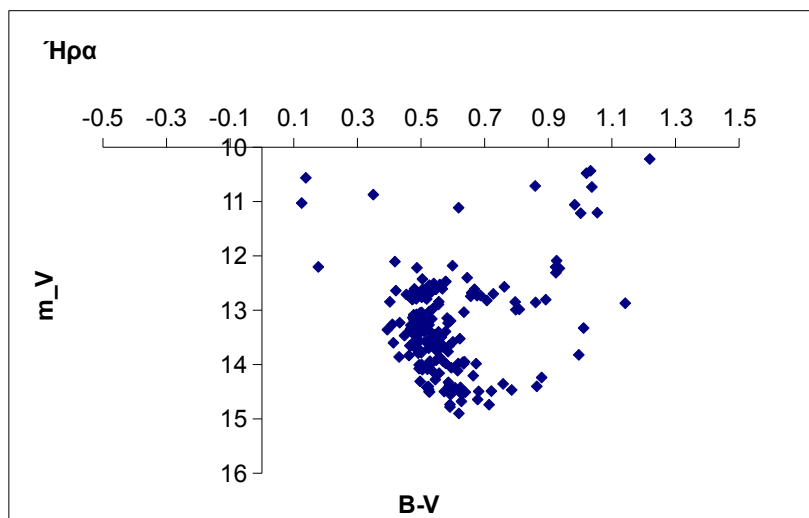
	B_{rel}	V_{rel}	m_B	m_V	$B-V$
R	0	0	9,43	9,38	0,05
1	0,13	0,10	9.56	9.48	0.08
2	2,17	1,97	11.60	11.35	0.25
3	1,68	1,50	11.11	10.88	0.23
4	-0,08	-0,09	9.35	9.29	0.06
5	4,56	3,83	13.99	13.21	0.79
6	2,76	2,62	12.19	12.00	0.20
7	4,34	3,64	13.77	13.02	0.75
8	3,68	3,31	13.11	12.69	0.41
9	3,63	3,10	13.06	12.48	0.58
10	1,38	1,29	10.81	10.67	0.14
11	2,43	2,10	11.86	11.48	0.38
12	3,98	3,73	13.41	13.11	0.30
13	2,56	2,46	11.99	11.84	0.14
14	2,96	2,76	12.39	12.14	0.25
15	3,25	3,04	12.68	12.42	0.26
16	0,80	0,76	10.23	10.14	0.09
17	1,28	1,26	10.71	10.64	0.07
18	1,89	1,85	11.32	11.23	0.09
19	4,50	4,00	13.93	13.38	0.55
20	0,68	0,70	10.11	10.08	0.03
21	1,98	1,89	11.41	11.27	0.14
22	-1,17	-1,12	8.26	8.26	0.00
23	2,48	2,35	11.91	11.73	0.18
24	2,62	2,42	12.05	11.80	0.25
25	3,09	2,91	12.52	12.29	0.22
26	2,49	2,22	11.92	11.60	0.32
27	0,98	0,90	10.41	10.28	0.12
28	1,46	1,43	10.89	10.81	0.08
29	2,16	2,02	11.59	11.40	0.19
30	2,81	2,53	12.24	11.91	0.33
31	0,90	0,89	10.33	10.27	0.06

Πίνακας Ι.

Συνολικά για την ερώτηση 2: [16 μονάδες]

Εργασία 3^η:

Η ίδια ανάλυση που κάνατε στην Εργασία 2, πραγματοποιήθηκε από κάποιον ερευνητή για περίπου 220 αστέρια του σμήνους «Ήρα». Το CMD του σμήνους «Ήρα» δίνεται στην Εικόνα 4.



Εικόνα 4: Το CMD του σμήνους «Ήρα».

Συγκρίνετε τα σχήματα των δύο αστρικών σημηνών (αυτό που έχετε παράγει στην Εργασία 2 και αυτό που σας δόθηκε έτοιμο της Εικόνας 4) με αυτό της Εικόνας 3. Μπορείτε να αναγνωρίσετε την Κυρία Ακολουθία (Κ.Α.) και τον κλάδο των γιγάντων; Μπορείτε να εκτιμήσετε που βρίσκεται το σημείο καμπής της Κ.Α.; Σημειώστε πάνω στα σχήματα όποια από τα: Κ.Α., τον κλάδο των γιγάντων και το σημείο καμπής στα δύο διαγράμματα, έχετε εντοπίσει.

Απάντηση:

Δίας: Κ.Α. καλοσηματισμένη [2 μονάδα]

Ήρα: Κ.Α., σημείο καμπής, κλάδος γιγάντων [4 μονάδες]

Συνολικά για την Εργασία 3: [6 μονάδες]

Εργασία 4^η:

Σ' αυτή την Εργασία θα υπολογίσετε την απόσταση του σημηνού «Δίας». Το πραγματικό χρώμα (Δείκτης Χρώματος) ενός αστεριού προσδιορίζεται απ' τον φασματικό του τύπο. Παρόλα αυτά, η πορεία του φωτός μέσα από τη μεσοαστρική ύλη τείνει να «κοκκινίζει» κάθε αστέρι (περισσότερο μπλε απορροφάται απ' ό,τι άλλα χρώματα). Η απορρόφηση αυτή εξαρτάται από την ποσότητα μεσοαστρικής ύλης που μεσολαβεί μεταξύ του σημηνού και της Γης, οπότε είναι η ίδια για όλα τα αστέρια του κάθε σημηνού. Η διαφορά ανάμεσα στον παρατηρούμενο δείκτη χρώματος και τον πραγματικό βρίσκεται εμπειρικά και είναι ίση με το 1/3 του δείκτη απορρόφησης. Ο δείκτης απορρόφησης για το σμήνος Δίας είναι $\Delta = 0,78$.

Η απόσταση από ένα αστέρι του σμήνου (και κατά συνέπεια από το σμήνος) δίνεται από τη σχέση:

$$M = m + 5 - 5 \log d - \Delta$$

όπου τα M και m είναι το απόλυτο και φαινόμενο μέγεθος του αστεριού και το d μετριέται σε parsec (pc). Θα εφαρμόσετε αυτήν την σχέση για τα μεγέθη στο οπτικό (M_V, m_V).

Στο επόμενο βήμα θα διαλέξετε το κατάλληλο αστέρι για να εφαρμόσετε αυτόν τον τύπο. Εξ ορισμού, ένα αστέρι φασματικού Α0 είναι αυτό που έχει πραγματικό Δείκτη Χρώματος 0 (δηλαδή τα Β και τα V μεγέθη του είναι ίσα). Κατά συνέπεια ένα αστέρι με πραγματικό φασματικό τύπο Α0 θα φαίνεται στο διάγραμμα σας με δείκτη χρώματος $\Delta/3$. Το απόλυτο μέγεθος στο οπτικό ενός αστεριού Α0 της Κ.Α. είναι $M_V = 0,7$.

(α) Προσδιορίστε την θέση ενός αστεριού της Κ.Α. τύπου Α0 στο διάγραμμα και βρείτε σε τι φαινόμενο μέγεθος m_V αντιστοιχεί.

Απάντηση:

Ένα αστέρι φασματικού τύπου Α0 της Κ.Α. θα έχει $(B-V)_{A0} = 0,26$. Αυτό αντιστοιχεί σε $m_V \sim 11,5 \pm 0,5$ [2 μονάδες] για τιμή μεταξύ 11,25 και 11,75 [2 μονάδες] και σφάλμα μεταξύ 0,25 και 0,75.

Συνολικά: 4 μονάδες για το (α).

(β) Χρησιμοποιείστε την εκτίμηση σας στο (α) για να υπολογίσετε την απόσταση του σμήνου σε pc.

Απάντηση:

$$\log d = 1/5 (11,5 - 0,7 + 5 - 0,78) = 3,004 \Rightarrow d \approx 1010 pc$$

[2 μονάδες] για πράξεις, [1 μονάδα] για αποτέλεσμα, συνεπές με την τιμή στο (α).

Συνολικά 3 μονάδες για το (β)

(γ) Στο (α) έχετε, κατά πάσα πιθανότητα, εντοπίσει ένα εύρος τιμών του m_V που αντιστοιχούν σε φασματικό τύπο Α0. Χρησιμοποιείστε την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή για να υπολογίσετε τις αντίστοιχες αποστάσεις (ελάχιστη και μέγιστη σύμφωνα με το σφάλμα) για το σμήνος. Δώστε την απάντησή σας ως εξής: «η καλύτερη εκτίμηση είναι ... pc και οι αντίστοιχες τιμές ελάχιστης και μέγιστης απόστασης είναι ... (π.χ. Ας υποθέσουμε ότι η καλύτερη εκτίμηση της απόστασης που βρήκατε στο (β) ερώτημα είναι $d = 102 pc$, τότε οι τιμές ελάχιστης και μέγιστης απόστασης θα είναι 87pc και 109pc).

Απάντηση:

$$d_{\min} = 801 pc \text{ και } d_{\max} = 1270 pc$$

Άρα: Η καλύτερη εκτίμηση είναι 1010 pc και οι αντίστοιχες τιμές ελάχιστης και μέγιστης απόστασης είναι 801 pc και 1270 pc.

(Catalogued distance 816pc)

[2 μονάδες] για υπολογισμούς, [1 μονάδα] για το άνω όριο, [1 μονάδα] για το κάτω όριο, συνεπή με τις τιμές στο (α) [1 μονάδα] για κατάλληλη έκφραση του αποτελέσματος.
Συνολικά για την ερώτηση (γ): [5 μονάδες]

Συνολικά για την ερώτηση 4: [12 μονάδες]

Εργασία 5^η:

Οι αστέρες ενός σμήνους έχουν δημιουργηθεί όλοι μαζί. Άρα έχουν όλοι την ίδια ηλικία. Αυτή είναι η ηλικία του σμήνους. Δεδομένου ότι ο χρόνος ζωής στην Κ.Α. ενός αστεριού φασματικού τύπου Α0 είναι περίπου 500 εκατομμύρια χρόνια, κατατάξτε τα σμήνη Δίας και Ήρα ως προς την ηλικία τους και δώστε μια εκτίμηση της ηλικίας του καθενός σμήνους.

Το Δίας δεν δείχνει σημείο καμπής, σημάδι του ότι είναι νέο σμήνος. [2 μονάδες]
Αστέρια τύπου Α0 βρίσκονται ακόμη στην ΚΑ. Άρα είναι νεότερο των 500 εκατ. χρόνων [2 μονάδες].

[catalogued age of M35: 95×10^6 yr]

Το Ήρα έχει σημείο καμπής περί το (0,5, 12), που αντιστοιχεί σε φασματικό τύπο μεταγενέστερο του Α0, άρα το Ήρα είναι παλιότερο των 500 εκατ χρόνων. [4 μονάδες]

[catalogued age of M67: $2,5 \times 10^9$ yr]

Συνολικά για την ερώτηση 5: [8 μονάδες]