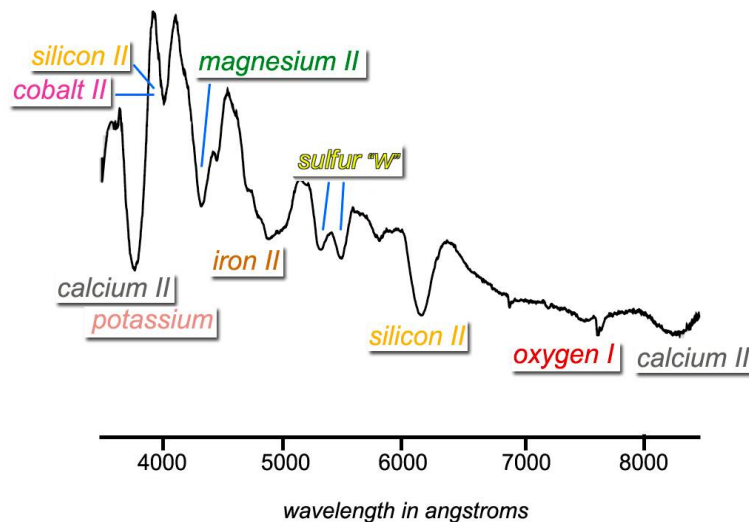


Άσκηση Ανάλυσης Δεδομένων: (Cosmological model via SNIa), Πτολεμαίος 2014

Ένας υπερκαινοφανής αστέρας τύπου Ia (Supernova type I, SN-Ia) προκαλείται από τη θερμοπυρηνική έκρηξη Λευκού Νάνου (ΛΝ), όταν η μάζα του ΛΝ, που αυξάνει λόγω προσάυξης από συνοδό αστέρι, φτάσει το όριο Chandrasekhar (περίπου $1.4 M_{\text{sun}}$). Η σύσταση του Λευκού Νάνου προσδιορίζει το φάσμα του υπερκαινοφανούς (Εικόνα 1). Οι γραμμές απορρόφησης σ' ετούτο το φάσμα είναι που χαρακτηρίζουν τον υπερκαινοφανή και τον ξεχωρίζουν από υπερκαινοφανείς άλλων τύπων. Επειδή η έκρηξη συμβαίνει αμέσως με την υπέρβαση του ορίου Chandrasekhar, η λαμπρότητα όλων των SN Ia είναι (σχεδόν) η ίδια. Γι' αυτόν τον λόγο αυτοί οι υπερκαινοφανείς χρησιμοποιούνται σαν standard candles. Επιπλέον, λόγω της λαμπρότητας τους είναι ορατοί σε πολύ μεγάλες αποστάσεις.

Στην άσκηση αυτή θα χρησιμοποιήσετε φωτομετρικά δεδομένα από 2 ομάδες SNIa με σκοπό να υπολογίσετε την σταθερή της διαστολής του σύμπαντος, τοπικά, H_0 και να βγάλετε ποιοτικά συμπεράσματα για το κοσμολογικό μοντέλο που διέπει το σύμπαν.



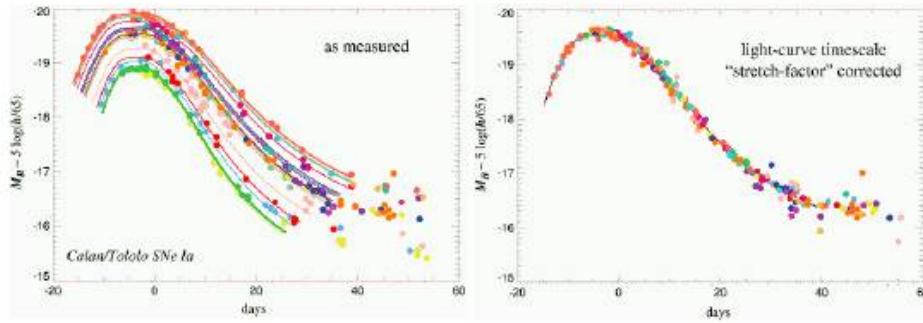
Εικόνα 1: χαρακτηριστικό φάσμα ενός υπερκαινοφανούς τύπου Ia.

Η λαμπρότητα ενός υπερκαινοφανούς αυξάνει ταχύτατα, παραμένει περίπου σταθερή στο μέγιστο για μερικές μέρες και μετά φθίνει αργά (Εικόνα 2, αριστερό τμήμα). Βεβαίως υπάρχουν μικρές διαφορές στις καμπύλες φωτός αυτών των υπερκαινοφανών (π.χ. οι λαμπρότεροι φθίνουν αργότερα). Προσεκτική ανάλυση, μας επιτρέπει να λάβουμε τέτοιες ιδιαιτερότητες υπ όψιν και να καταλήξουμε σε μια καμπύλη φωτός που είναι αντιπροσωπευτική των SN Ia, την καμπύλη αναφοράς (Εικόνα 2, δεξί τμήμα). Έτσι, η καμπύλη φωτός κάθε νεοεμφανιζόμενου SN Ia, μπορεί να συγκριθεί με την καμπύλη αναφοράς και να μας δώσει μια μέτρηση της απόστασης της πηγής (απόσταση λαμπρότητας).

Επιπλέον, από τις γραμμές απορρόφησης του φάσματος, υπολογίζουμε την μετάβαση στο ερυθρό (redshift, z):

$$z = (\lambda - \lambda_0) / \lambda_0 \quad [\text{Εξίσωση 1}]$$

όπου λ_0 είναι το μήκος κύματος της γραμμής απορρόφησης και λ , το μήκος κύματος στο οποίο αυτή παρατηρείται στον εν λόγω υπερκαινοφανή.



Εικόνα 2: αριστερα: μια συλλογή απο καμπύλες φωτός SN Ia. Ο ρυθμός με τον οποίο φθίνει η λαμπρότητα είναι αργότερος για λαμπρότερες πηγές. Δεξιά: η χαρακτηριστική καμπύλη φωτός των SN-Ia αφότου τα φαινόμενα σαν αυτά στο αριστερό κομμάτι έχουν ληφθεί υπ όψιν (<http://www.cfa.harvard.edu/supernova//home.html>)

Ο Hubble έδειξε πως οι γαλαξίες απομακρύνονται από μας με ταχύτητες που είναι ανάλογες της απόστασης τους. Αυτό ερμηνεύεται ως διαστολή του σύμπαντος και για γειτονικές μας πηγές ισχύει:

$$v = H_0 d \quad \text{[Εξίσωση 2]}$$

όπου d είναι η απόσταση της πηγής, H_0 είναι μια σταθερά (η σταθερά του Hubble), v είναι η ταχύτητα απομάκρυνσης της πηγής -που προσδιορίζεται απο την μετατόπιση προς το ερυθρό $u/c = (\lambda - \lambda_0)/\lambda_0$ και που χρησιμοποιώντας την Εξ 1, μπορεί να εκφραστεί σαν

$$v = z c \quad \text{[Εξίσωση 3]}$$

όπου c είναι η ταχύτητα του φωτός.

Η σταθερά Hubble H_0 έχει κατά συνθήκη μονάδα μέτρησης το km/s/Mpc .

Οι SN Ia έχουν απόλυτο μέγεθος στο μέγιστο λαμπρότητας στο οπτικό στο $M = -19.0 \pm 0.4$.

Το φαινόμενο μέγεθος δίνεται απο

$$m - M = 5 \log(d) - 5 \quad \text{[Εξίσωση 4]}$$

όπου d μετριέται σε pc.

(α) (i) Δώσε την εξίσωση που συνδέει το φαινόμενο μέγεθος m , με την μετατόπιση στο ερυθρό z , λαμβάνοντας υπ όψιν πως η σταθερά του Hubble εκφράζεται στη συνηθισμένη μονάδα μέτρησης, όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο.

Γράφω την εξ 2 σαν $v = H_0 D$ για να την εκφράσω σε βολικές μονάδες. D είναι σε Mpc, H_0 σε km/s/Mpc και v σε km/s . Απο την Εξ 3, $z = v/c$, και $c = 3 \times 10^5 \text{ km/s}$.

Ο συνδυασμός δίνει $d = 10^6 D = 3 \times 10^{11} z / H_0 \text{ km/s}$

[4 μονάδες]

αντικατάσταση στην Εξ 4 δίνει $m - M = 5 \log(z) + 5 \log(3 \times 10^{10} H_0)$ [3 μονάδες]

(ii) Σε πιο όριο του z ισχύει η εξίσωση που υπολόγισες?

$z \ll 1$ [1 μονάδα]

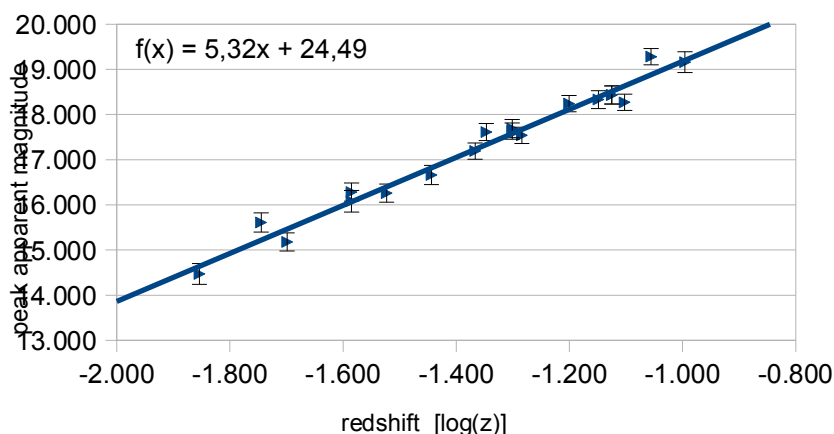
(β) Στον πίνακα I δίνονται η μετατόπιση στο ερυθρό (redshift, z), το οπτικό φαινόμενο μέγεθος στο μέγιστο λαμπρότητας (m) και το σφάλμα στη μέτρηση του m (Δm) για έναν αριθμό πηγών SN Ia που βρίσκονται σε κοντινές μας αποστάσεις. Τα βήματα (i, ii, iii), θα πρέπει να γίνουν στο Excel.

(i) Κατασκεύασε το κατάλληλο γράφημα $m(z)$, βασισμένο στο αποτέλεσμα από το μέρος α(i).

(ii) Συμπεριέλαβε τα σφάλματα στο m , στο παραπάνω γράφημα.

(iii) Υπολόγισε την ευθεία ελαχίστων τετραγώνων, με τη βοήθεια του Excel και παρουσίασε την πάνω στο γράφημα.

SN Ia at low redshift



1 για λεζάντες σε κάθε άξονα

2 για data

1 για error bars

3 εξίσωση ελαχίστων τετραγώνων [1 για την ευθεία, 2 για την εξίσωση]

[σύνολο 8]

iv) Συμφωνούν τα δεδομένα με το μοντέλο?

Γενικά ναι. [1]

Η σχέση μεταξύ του μεγέθους και του λογαρίθμου του z είναι γραμμική [1]

Η κλίση 5.3 αποκλείει 6% από την αναμενόμενη 5. [1]

v) Υπολόγισε την σταθερά του Hubble (στις συνήεις μονάδες).

Χρήση της εξίσωσης από την a, i , [1] αντικατάσταση [1], αποτέλεσμα $\log H_0 \sim 1.778$ [1] $\rightarrow H_0 = 60$ (δεκτές οι τιμές 55-56) [1]

vi) Στον προηγούμενο υπολογισμό, δεν λάβαμε καθόλου υπ όψιν τα σφάλματα στο m (Δm) -και καλώς. Πώς το δικαιολογείς;

είναι όλα περίπου τα ίδια, οπότε δεν επηρεάζουν την ευθεία ελαχίστων τετραγώνων [1].
 [0] για "επειδή είναι μικρά". Δεν είναι αυτός ο λόγος!

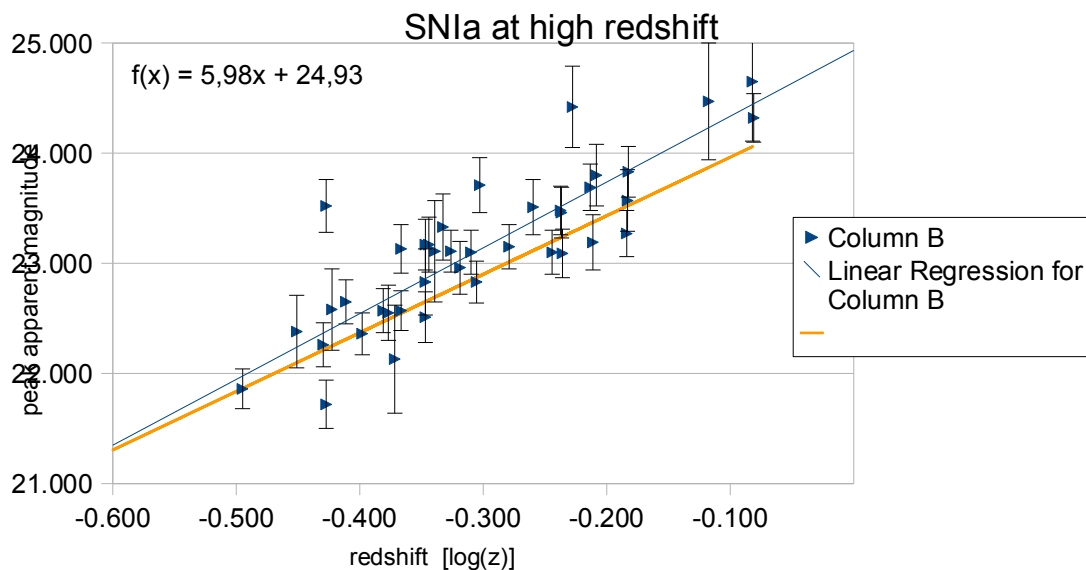
redshift (z)	apparent magnitude in m	
0.030	16.260	0.200
0.050	17.630	0.180
0.026	16.080	0.240
0.075	18.430	0.200
0.026	16.280	0.200
0.075	18.430	0.200
0.014	14.470	0.230
0.101	19.160	0.230
0.020	15.180	0.200
0.036	16.660	0.210
0.045	17.610	0.190
0.043	17.190	0.180
0.018	15.610	0.210
0.079	18.270	0.180
0.088	19.280	0.180
0.063	18.240	0.180
0.071	18.330	0.200
0.052	17.540	0.180
0.050	17.690	0.200

Πίνακας I: Μετατόπιση στο ερυθρό (z), φαινόμενο μέγεθος στο μέγιστο λαμπρότητας (m) και σφάλμα σ' αυτό (Δm), για γειτονικές μας πηγές SN Ia.

γ) Στον Πίνακα II δίνονται οι ίδιες μετρήσεις (z, m, Δm) για SN Ia που βρίσκονται σε μεγαλύτερες αποστάσεις (z). Τα βήματα i,ii και iv θα πρέπει να γίνουν στο Excel.

i) Κατασκευάσε το ίδιο γράφημα, όπως στην (β,ι) m(z) για τα δεδομένα του Πίνακα 2. βασισμένο στο αποτέλεσμα του μέρους α(i).

(ii) Συμπεριέλαβε τα σφάλματα στο m, στο παραπάνω γράφημα.



1 για λεζάντες σε κάθε άξονα

3 για data

2 για error bars

2 για εξίσωση extrapolation. ελαχίστων τετραγώνων

[σύνολο 9]

NB: Η ευθεία ελαχίστων τετραγώνων δεν έχει ζητηθεί. Εδώ δίνεται για να βοηθήσει την "ανάγνωση".

(iii) Πώς συγκρίνονται τα σφάλματα αυτής της συλλογής δεδομένων με αυτά της προηγούμενης? Πώς ερμηνεύεις τη διαφορά?

Είναι σημαντικά μεγαλύτερα [1], ιδιαίτερα αυτά των αμυδρότερων (μεγαλύτερων) μεγεθών. [1]

Πιο αμυδρές πηγές πάσχουν περισσότερο από θόρυβο στις μετρήσεις. [1]

(iv) Συμπεριέλαβε την ευθεία που υπολόγισες στο (β,iii) που αποτελεί το μοντέλο που περιγράφει την εξάρτηση του μέγιστου λαμπρότητας της καμπύλης από την μετατόπιση στο ερυθρό.

(v) Το να προεκτείνουμε την ευθεία που υπολόγισες στο (β,iii) δεν είναι ακριβώς σωστό. Γιατί? Ωστόσο, μας επιτρέπει να συνάγουμε ποιοτικά συμπεράσματα.

Η προσέγγιση στο (β) ισχύει για μικρά z [1]

(vi) πώς συγκρίνονται τα δεδομένα για τη δεύτερη ομάδα SN Ia με την πρόβλεψη του μοντέλου (την ευθεία που συμπεριέλαβες στο (iv))?

Τα μέγιστα των καμπύλων φωτός είναι συστηματικά αμυδρότερα από αυτά που προβλέπει το μοντέλο του μέρους β. [2]

(vii) Υπολόγισε τη μέση τιμή (average) της διαφοράς μεταξύ του μετρημένου μεγέθους και αυτού που προβλέπεται από το μοντέλο του β,iii, όπως επίσης και την τυπική απόκλιση (standard deviation). Σχολίασε το αποτέλεσμα.

Average: 0.224 [1]

SD: 0.369 [1]

Οι μετρήσεις δίνουν μέγιστα που είναι κατά μέσο όρο 0.22 μεγέθη αμυδρότερα. Υπάρχει μεγάλη απόκλιση των τιμών. [2]

(viii) Πώς θα μπορούσες να ερμηνεύσεις την διαφωνία μεταξύ μοντέλου και παρατηρήσεων?

Οι μακρινές πηγές SN Ia είναι εγγενώς αμυδρότερες -άρα η υπόθεση των standard candles διαψεύδεται. [2]

Υπάρχει μεγαλύτερη απόσταση μεταξύ μας και των πηγών απ' ότι μας οδηγεί να συμπεράνουμε η μετατόπιση ερυθρού (redshift). Άρα το σύμπαν έχει επεκταθεί περισσότερο (και οι αποστάσεις μεταξύ μας και μακρινών αντικειμένων είναι μεγαλύτερες) απ' ότι η απλοϊκή εφαρμογή του νόμου του Hubble προτείνει. [4]

Η λεπτομερής σύγκριση με μοντέλα δείχνει πως το σύμπαν επεκτείνεται με επιταχυνόμενο ρυθμό. [1]

Αυτή η τελευταία μονάδα αν ο διαγωνιζόμενος έχει δείξει πως αναγνωρίζει εδώ την παρατήρηση που οδήγησε στην αποδοχή της "σκοτεινής ενέργειας" και το Nobel του 2011.

redshift (z)	apparent mag	error in m
0.458	23.110	0.460
0.354	22.380	0.330
0.425	22.130	0.490
0.374	21.720	0.220
0.420	22.550	0.250
0.372	22.260	0.200
0.378	22.580	0.370
0.453	23.170	0.250
0.465	23.330	0.300
0.498	23.710	0.250
0.655	23.270	0.210
0.400	22.360	0.190
0.615	23.190	0.250
0.480	22.960	0.240
0.450	22.510	0.230
0.388	22.650	0.200
0.570	23.100	0.200
0.490	23.100	0.200
0.495	22.830	0.190
0.656	23.570	0.280
0.828	24.650	0.540
0.450	23.170	0.230
0.430	23.130	0.220
0.580	23.460	0.230
0.763	24.470	0.530
0.526	23.150	0.200
0.172	20.170	0.180
0.619	23.800	0.280
0.592	24.420	0.370
0.550	23.510	0.250
0.180	20.430	0.170
0.374	23.520	0.240
0.472	23.110	0.190
0.430	22.570	0.180
0.657	23.830	0.230
0.612	23.690	0.210
0.320	21.860	0.180
0.579	23.480	0.220
0.450	22.830	0.300
0.581	23.090	0.220
0.416	22.570	0.200
0.830	24.320	0.220

Πίνακας ΙΙ: Μετατόπιση στο ερυθρό (z), φαινόμενο μέγεθος στο μέγιστο λαμπρότητας (m) και σφάλμα σ' αυτό (Δm), για μακρινές πηγές SN Ia.

Σύνολο βαθμών: 50

α:8

β:16

γ:26